Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2013
Abschlussprüfung: Mathe für T2
Datum: 25.06.2013
Dauer: 90 Minuten
Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Bestimmen Sie allgemeine Lösung der homogenen Differenzialgleichung $f''(x)+2\cdot f'(x)+2\cdot f(x)=0$ *(4 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie die partikuläre Lösung des inhomogenen Teils der Differenzialgleichung $f'(x)+f(x)=\sin(3\cdot x)$ *(8 Punkte)*.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f(x)=-x^3+3\cdot x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen *(3 Punkte)*.
b) Bestimmen Sie mögliche Hochpunkte und Tiefpunkte *(4 Punkte)*.
c) Bestimmen Sie mögliche Wendepunkte *(3 Punkte)*.
d) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall $-2\le x\le 2$ *(2 Punkte)*.

Aufgabe 3

a) Gegeben ist die Ebene $\mathcal{E}$ mit der Parameterdarstellung $\vec{r}_\varepsilon=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+p\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}+q\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

a1) Bestimmen Sie eine Koordinatendarstellung von $\mathcal{E}$ *(4 Punkte)*.

a2) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes $P(1|-4|2)$ von der Ebene $\mathcal{E}$ *(3 Punkte)*.

b) Prüfen Sie, ob der Punkt $P(2|-3|0)$ in der Ebene $\mathcal{E}$: $\vec{r}_\varepsilon=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}+p\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}+q\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ liegt *(5 Punkte)*.

Aufgabe 4

a) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x)=e^x-5\cdot x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ mit dem Newton-Verfahren einen Näherungswert für eine Nullstelle, wenn $x_0=0$ der Startwert ist. Rechnen Sie solange, bis sich die ersten drei Nachkommastellen nicht mehr ändern *(9 Punkte)*.

b) Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an *(je 1 Punkt)*:

b1) Wenn x_E Minimumstelle einer stetigen, zweimal differenzierbaren Funktion ist,

☐ dann hat $f'(x)$ an x_E immer einen Vorzeichenwechsel.

☐ dann gilt immer $f'(x_E)=0\wedge f''(x_E)>0$.

b2) Wenn für alle $x\in\mathbb{D}_f$ einer Funktion $f(x)$ gilt: $f(x)=-f(-x)$,

☐ dann ist der Graph von $f(x)$ symmetrisch zur y-Achse.

☐ dann ist $f(x)$ eine ungerade Funktion.

b3) Der Graph von $g(x)$ ist gegenüber dem Graphen von $f(x)=\ln(x)$ an der y-Achse gespiegelt, um eine Einheit nach links verschoben und um zwei Einheiten nach oben verschoben. Die Funktion $g(x)$ lautet dann:

☐ $g(x)=\ln(1-x)+2$.

☐ $g(x)=-\ln(x-1)+2$.

Aufgabe 5

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$f''(x)-f(x)=x^2$, $f(0)=0$, $f'(0)=1$

(12 Punkte)